

# 加熱される地球

## (3) 太陽黒点数の周期特性

nino

2026年3月8日

### 1. はじめに

第2報<sup>1)</sup>では、気温時系列のフーリエ変換により、網走において約10.7年周期の変動が認められることを報告した。この周期は太陽活動の約11年周期に近く、太陽黒点数が気温に影響を及ぼしている可能性を示唆するものである。

そこで、太陽黒点数と気温の関係を検討する前段階として、太陽黒点数の周期特性を解析した。解析には、フーリエ変換および最小二乗法によるコサイン関数近似の2つの統計手法を用いた。

### 2. 使用データ

解析には、太陽黒点数の月平均値<sup>2)</sup>を用いた。

対象期間は1900年1月から2024年12月までの1500か月（125年間）である。

### 3. 太陽黒点数の解析

#### 3.1 太陽黒点数の概要

はじめに、太陽黒点数の基本的な特徴を調べた。表1に、125年間における各太陽活動周期の期間、周期の長さ、および太陽黒点数の極大値を示す<sup>2)・3)</sup>。また、図1に太陽黒点数の時系列を示す。図1には、太陽黒点数の36か月（3年間）中心化移動平均も併せて示した。36か月中心化移動平均を用いたのは、12か月周期成分などを除去するとともに、時系列を平滑化するためである。

なお、以降では、太陽黒点数（Sunspot Number）をSunSN、36か月中心化移動平均（36-month centered Moving Average）を36cMAと略記する。

表1 各太陽活動周期の期間、周期の長さ、およびSunSNの極大値

太陽活動周期	期間(年/月)	長さ(月)	長さ(年)	極大値(個)
第14太陽活動周期	1902/01~1913/07	138	11.5	107.1
第15太陽活動周期	1913/07~1923/08	121	10.1	157.5
第16太陽活動周期	1923/08~1933/09	121	10.1	130.2
第17太陽活動周期	1933/09~1944/02	125	10.4	198.6
第18太陽活動周期	1944/02~1954/04	122	10.2	218.7
第19太陽活動周期	1954/04~1964/10	126	10.5	285.0
第20太陽活動周期	1964/10~1976/03	137	11.4	156.6
第21太陽活動周期	1976/03~1986/09	126	10.5	232.9
第22太陽活動周期	1986/09~1996/08	119	9.9	212.5
第23太陽活動周期	1996/08~2008/12	148	12.3	180.3
第24太陽活動周期	2008/12~2019/12	132	11.0	116.4
平均		128.6	10.7	181.4

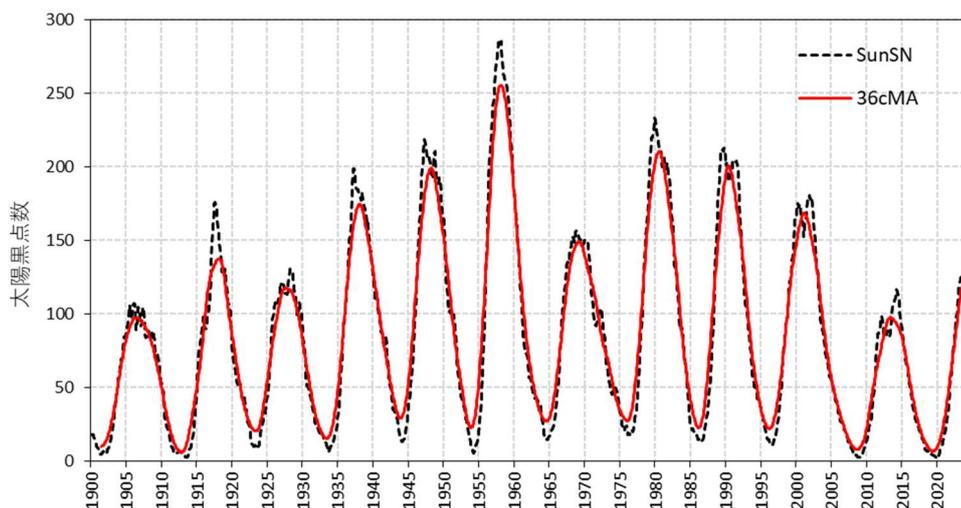


図1 125年間における SunSN と 36cMA の時系列

表1より、各太陽活動周期の長さは119か月から148か月の範囲にあり、平均は128.6か月（約10.7年）である。このことから、SunSNは準周期的な変動を示すことが分かる。また、各太陽活動周期におけるSunSNの極大値は、107.1個から285.0個まで大きく変動しており、その平均は181.4個であった。

図1から、SunSNでは太陽活動周期の長さが周期ごとにわずかに異なり、極大値も大きく変動していることが分かる。また、ピークが2つまたは3つに分裂する場合も見られる。さらに、極大値に比べて極小値は比較的安定して現れる傾向がある。一方、36cMAはSunSNに比べて平滑化されており、ピークトップの分裂はほぼ消失し、ピーク値もやや低くなっている。

本報告では、これらSunSNと36cMAを対象として統計的解析を行う。まずフーリエ変換を適用し、次に最小二乗法によるコサイン関数近似を用いて周期特性を検討する。

### 3.2 SunSNと36cMAのフーリエ変換

フーリエ変換には、Excelのフーリエ解析（高速フーリエ変換：FFT）を用いた。FFTではデータ数が $2^n$ 個である必要があるため、1500か月のデータのうち最も長い1024か月（ $=2^{10}$ ）を解析に用いた。この1024か月の期間は、1500か月の全期間のうちどの区間を採用するかによって異なるが、ここでは第15太陽活動周期の始点から第23太陽活動周期の約1/4まで（1913年7月～1998年10月）とした。第23太陽活動周期を除く第22太陽活動周期までの期間における太陽活動周期の平均の長さは124.6か月（10.4年）、SunSNの極大値の平均は199.0個である。時点は $t=0, 1, 2, \dots, 1023$ とした。以降の解析では、この1024か月のデータを用いる。

なお、FFTの適用に際してはトレンドの影響を除去するため、SunSNおよび36cMAの各時系列から一次回帰式を差し引いた後にFFTを行った<sup>1)</sup>。この処理により、平均がゼロの時系列変動が得られる。以降、同様である。

図2にSunSNと36cMAの振幅スペクトルを示す。横軸は周期 $T$ （月）であり、周期が23.8～1024.0か月の範囲を示している。

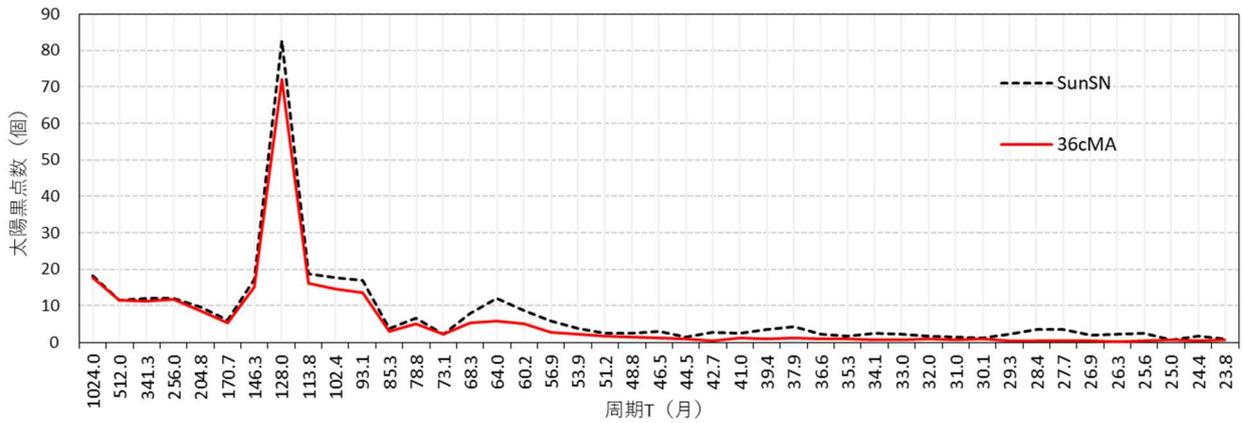


図2 SunSN と 36cMA の振幅スペクトル

SunSN と 36cMA はほぼ同様のスペクトルパターンを示し、フーリエ周期  $T=128.0$  の振幅が最も大きかった。これは、SunSN の平均周期 124.6 か月の成分が、リーケージ（スペクトル漏洩）により主として  $T=128.0$  の周期成分に現れたためと考えられる<sup>4)</sup>。

ここで、FFT ではデータ長  $N$  に対して離散的な周期成分のみが得られる。今回の解析では  $N=1024$  であるため、フーリエ周期は  $T=N/k$  ( $k=1, 2, 3, \dots$ ) で与えられる離散値となる。したがって、実際の太陽活動周期の平均値 124.6 か月はフーリエ周期と一致せず、最も近いフーリエ周期である  $T=128.0$  の成分に主として現れる。このため平均周期 124.6 か月の変動エネルギーは、リーケージにより主として  $T=128.0$  成分に分配されたと考えられる。

FFT により得られた  $T=128.0$  成分の時系列は数学的に求めることができるので<sup>5)</sup>、その方法に従うと次式が得られる。

$$\text{SunSN の } T=128.0 \text{ 成分} = 82.7 \cos[2\pi(t-36.8)/128] \quad (1)$$

$$\text{36cMA の } T=128.0 \text{ 成分} = 71.9 \cos[2\pi(t-36.7)/128] \quad (2)$$

式(1)および式(2)より、SunSN と 36cMA は振幅は異なるものの位相はほぼ一致していることが分かる。両者の振幅は、それぞれ図2に示した SunSN および 36cMA の  $T=128.0$  における振幅スペクトルの値に対応している。

一方、36cMA の振幅が SunSN よりやや小さいのは、36 か月中心化移動平均によって振幅が低下したためである。移動平均は時系列に対する一種のローパスフィルタとして作用し、短周期成分を減衰させるとともに周期成分の振幅も低下させる。この振幅低下はコサイン関数を用いて理論的に求めることができる。すなわち、振幅 1、周期  $T$  のコサイン関数に  $m$  か月中心化移動平均を適用した場合、振幅の低下割合は次の理論振幅比で表される<sup>6)</sup>。

$$\text{理論振幅比} = |\sin(m\pi/T) / (m \tan(\pi/T))| \quad (3)$$

式(3)に  $T=128.0$ 、 $m=36$  を代入すると、理論振幅比は 0.875 となる。一方、式(1)と式(2)から求めた SunSN と 36cMA の振幅比は  $71.9/82.7=0.869$  である。この値は理論振幅

比 0.875 とほぼ一致している。したがって、SunSN の周期成分は 36 か月中心化移動平均によって理論値に近い割合で低下したと考えられる。これは、準周期的な変動であった SunSN および 36cMA の時系列が、FFT によって単一の周期成分  $T=128.0$  として表現されたため、振幅の観測値と移動平均値を直接比較できるようになったためである。なお、60 か月（5 年間）中心化移動平均を適用した場合の理論振幅比は 0.676 となり、振幅はさらに大きく低下する。

以上のように、移動平均処理は周期成分の振幅を体系的に低下させるため、周期解析を行う際にはその影響を考慮する必要がある。

先に述べたように、SunSN のピークトップは分裂しているが、36cMA では滑らかになっている（図 1）。SunSN の分裂したピークトップの間隔は、おおよそ 2~3 年の範囲にある。このことから、36cMA は SunSN に含まれる 2~3 年程度の短周期成分が大きく減衰した結果であると考えられる。図 2 より、フーリエ周期 27.7 か月（2.3 年）付近および 37.9 か月（3.2 年）付近の振幅を見ると、36cMA では SunSN に比べて振幅が大きく低下しており、式 (3) に当てはめるとこれらの理論振幅比は約 0.05~約 0.20 となる。したがって、これらの短期周期成分がピークトップの分裂の原因であると考えられた。

次に、リーケージの影響をより直感的に理解するため、コサイン関数を用いたリーケージ応答について考察した。

### 3.3 コサイン関数を用いたリーケージの応答

このようなリーケージの影響を直感的に理解できるようにコサイン関数モデルを用いて検討した。すなわち、特定の周期をもつコサイン関数に FFT を適用し、その応答を調べることでリーケージの性質を把握する方法である<sup>7)</sup>。

具体的には、周期 128 か月を中心として前後に各 3 つの周期、すなわち周期  $\tau = 128 \pm 5n$  ( $n = 0, 1, 2, 3$ ) のコサイン関数（計 7 個）を作成し、それぞれに FFT を適用した。周期  $\tau$  のコサイン関数を  $\cos \tau$  とすると、対象とした関数は  $\cos 113, \cos 118, \cos 123, \cos 128, \cos 133, \cos 138, \cos 143$  である。 $\cos \tau$  を次式に示す。

$$\cos \tau = \cos [2\pi (t + \theta - \pi) / \tau] \quad (4)$$

式 (4) において「 $-\pi$ 」を加えたのは、SunSN の時系列（図 1）に対応させ、始点の振幅が極小値となるよう位相を調整するためである。

図 3 に、各コサイン関数  $\cos \tau$  の振幅スペクトルを示す。横軸の周期  $T$  (月) は、93.1 か月~204.8 か月の範囲を示している。

まず、 $\cos 128$  ではフーリエ周期  $T=128.0$  の振幅が 1 となり、それ以外の周期の振幅はゼロとなった。一方、周期が 5 か月短い  $\cos 123$  では、フーリエ周期  $T=128.0$  の振幅が約 0.8 で最も大きく、隣接する  $T=113.8$  および  $T=146.3$  の振幅はそれぞれ約 0.4 および約 0.2 であった。これはリーケージの影響によるものであり、 $\cos 123$  が  $T=113.8$  により近い周期をもつため、前者の振幅が後者より大きくなったと考えられる。

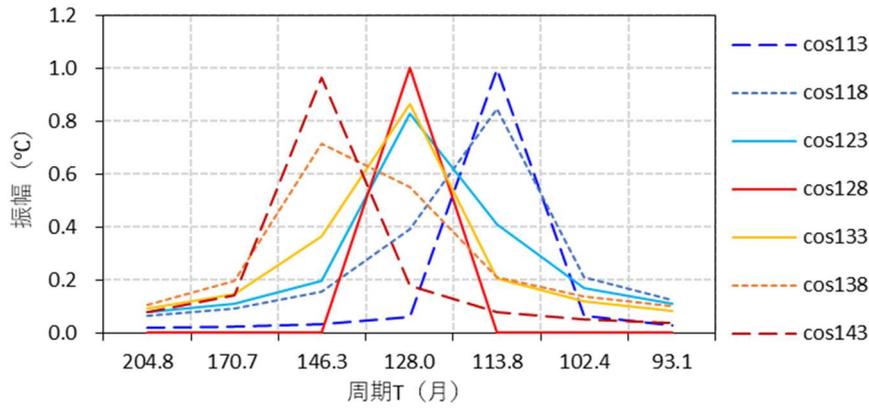


図3 周期  $\tau = 128 \pm 5n$  のコサイン関数  $\cos \tau$  の振幅スペクトル

さらに周期が短い  $\cos 118$  ではリーケージの影響がより顕著となり、 $T=113.8$  の振幅が最大となった。周期が  $\cos 113$  になると、 $T=113.8$  の振幅はほぼ 1 となり、 $T=128.0$  の振幅は約 0.06 とかなり低くなった。逆に、 $\cos 128$  より周期が長い  $\cos 133$  などでは、 $T=146.3$  の振幅が相対的に大きくなる傾向が見られた。

以上より、周期  $\tau$  をもつコサイン関数は、その周期に最も近いフーリエ周期へ主としてリーケージされることが分かる。したがって、前述した太陽活動周期の平均 124.6 か月の変動は、FFT では主に  $T=128.0$  の周期成分として現れたと考えられる。

なお注意すべき点として、 $\cos 128$  から十分に離れた周期のコサイン関数であっても、 $T=128.0$  の振幅が完全にゼロになるわけではない。このことは、リーケージが広い周期範囲にわたって影響することを示している。

次に、 $T=128.0$  成分に着目し、リーケージによる振幅および位相の変化について調べた。

図4に、先に示した7つのコサイン関数  $\cos \tau$  の  $T=128.0$  成分の時系列を示す。

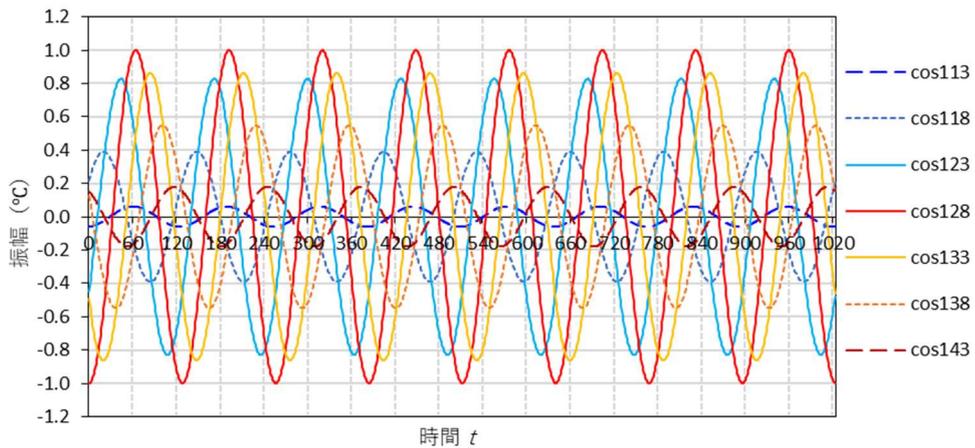


図4 周期  $\tau = 128 \pm 5n$  のコサイン関数  $\cos \tau$  の  $T=128.0$  成分の時系列

$\cos 128$  では振幅は 1 となる。一方、周期が 5 か月短い  $\cos 123$  では振幅は 1 より小さくなり、位相は  $\cos 128$  に比べてやや進んでいる。さらに周期が短い  $\cos 118$  では振幅はより小さくなり、位相の進みも大きくなる。逆に、周期が  $\cos 128$  より長い  $\cos 133$  では位相

が遅れ、 $\cos 138$  ではその遅れがさらに大きくなる。

このように、 $\cos 128$  を境として、それより短い周期の  $\cos \tau$  では位相が進み、長い周期では位相が遅れる傾向が見られる。これは、実際の周期とフーリエ周期とのずれにより生じるリーケージの特性を示している。

以上の結果は、後述する太陽黒点数の周期解析を解釈する際の参考となる。

### 3.4 SunSN と 36cMA のコサイン関数近似

先述したように、FFT とは別の方法として、SunSN および 36cMA の時系列 (図 1) をコサイン関数で近似する方法について検討した。

具体的には、SunSN の近似関数を  $\text{COS}[\text{SunSN}]$ 、36cMA の近似関数を  $\text{COS}[36\text{cMA}]$  とし、次式を当てはめて最小二乗法により各パラメーターを求めた<sup>8)</sup>。

$$H \cos[2\pi(t + \phi)/T] + at + b \quad (5)$$

ここで、 $H$  は振幅、 $\phi$  は位相、 $T$  は周期、 $a$  は傾き、 $b$  は切片である。

式(5)の第1項は平均がゼロに基準化されたコサイン関数であり、SunSN および 36cMA に対応させてそれぞれ  $\cos[\text{SunSN}]$  および  $\cos[36\text{cMA}]$  とすると、式(5)は次のように表される。

$$\text{COS}[\text{SunSN}] = \cos[\text{SunSN}] + at + b \quad (5)'$$

$$\text{COS}[36\text{cMA}] = \cos[36\text{cMA}] + at + b \quad (5)''$$

表 2 に、 $\text{COS}[\text{SunSN}]$  と  $\text{COS}[36\text{cMA}]$  の推定パラメーターを示す。

表 2  $\text{COS}[\text{SunSN}]$  と  $\text{COS}[36\text{cMA}]$  のパラメーター

パラメーター	$\text{COS}[\text{SunSN}]$	$\text{COS}[36\text{cMA}]$
振幅 $H$ (個)	87.1	75.7
周期 $T$ (月)	125.6	125.6
位相 $\phi$ (月)	-46.4	-46.3
傾き $a$ (個/月)	0.0396	0.0390
切片 $b$ (個)	76.4	76.9

表 2 より、 $\text{COS}[\text{SunSN}]$  と  $\text{COS}[36\text{cMA}]$  のパラメーターは、振幅を除いてほぼ同じ値を示した。両者の振幅比は  $75.7/87.1=0.869$  となり、先に FFT 解析で得られた  $T=128.0$  成分の場合の振幅比と一致した。

一方、周期は両者ともに 125.6 か月であり、この値は対象期間における平均周期 124.6 か月よりやや長い。124.6 か月は各太陽活動周期の長さの算術平均であるが、図 1 の時系列パターンから判断すると、SunSN の極大値を重みとする加重平均周期の方が、実際の周期特性をより適切に表すと考えられる。ここで、加重平均周期は、各太陽活動周期の長さとその周期の SunSN 極大値を重み係数として掛け、その総和を極大値の総和で除した値として定義する。

ただし、解析対象とした期間は、第 15 太陽活動周期の始点から第 23 太陽活動周期の約 1/4 期間まで (1913 年 7 月～1998 年 10 月) であり、第 23 周期は全期間を含まない。こ

のため、第 23 太陽活動周期の SunSN 極大値は、表 1 に示した値のおよそ 1/2 に相当すると仮定した。第  $j$  太陽活動周期における周期長を  $P_j$ 、SunSN の極大値を  $W_j$  とすると、加重平均周期は次式で求められる。

$$\text{加重平均周期} = \left\{ \sum_{j=15}^{22} (W_j P_j) + (W_{23} P_{23})/2 \right\} / \left\{ \sum_{j=15}^{22} W_j + W_{23}/2 \right\} \quad (6)$$

式(6)に表 1 の値を代入すると、加重平均周期は 125.8 か月となった。この値は、コサイン関数近似により得られた周期 125.6 か月と非常に近い。したがって、コサイン関数近似によって得られる周期パラメータは、振幅が周期ごとに異なり、かつ準周期的な変動を示す SunSN の中で、極大値の強さを考慮した実質的な平均周期を表している可能性が高いことが示唆される。

次に、 $\cos[\text{SunSN}]$  と  $\cos[36\text{cMA}]$  について FFT を適用し、 $T=128.0$  成分の式を求めた。

$$\cos[\text{SunSN}] \text{ の } T=128.0 \text{ 成分} = 82.5 \cos[2\pi(t-37.7)/128] \quad (7)$$

$$\cos[36\text{cMA}] \text{ の } T=128.0 \text{ 成分} = 71.8 \cos[2\pi(t-37.6)/128] \quad (8)$$

これらを SunSN および 36cMA の式(1)と式(2)と比較すると、 $\cos[\text{SunSN}]$  と  $\cos[36\text{cMA}]$  の  $T=128.0$  成分は、SunSN と 36cMA の  $T=128.0$  成分と同様に、位相が約 1 か月程度異なるのみで振幅はほぼ等しい値を示した。また、 $\cos[\text{SunSN}]$  に対する  $\cos[36\text{cMA}]$  の振幅比は  $71.8/82.5=0.870$  となり、SunSN に対する 36cMA の振幅比 0.869 とほぼ一致した。このように、 $T=128.0$  成分に関しても振幅比がほぼ保存されることから、準周期的な SunSN と 36cMA の主要な周期特性が、コサイン関数による単一周周期モデルによって良好に近似できることを示している。

### 3.5 36cMA と $T=128.0$ 成分および $\cos[36\text{cMA}]$ の比較

これまでの結果を視覚的に比較するため、36cMA を対象として、36cMA とその  $T=128.0$  成分、および  $\cos[36\text{cMA}]$  の時系列を図 5 に示す。なお、 $\cos[36\text{cMA}]$  の  $T=128.0$  成分は、グラフ上では 36cMA の  $T=128.0$  成分とほぼ重なることから省略した。

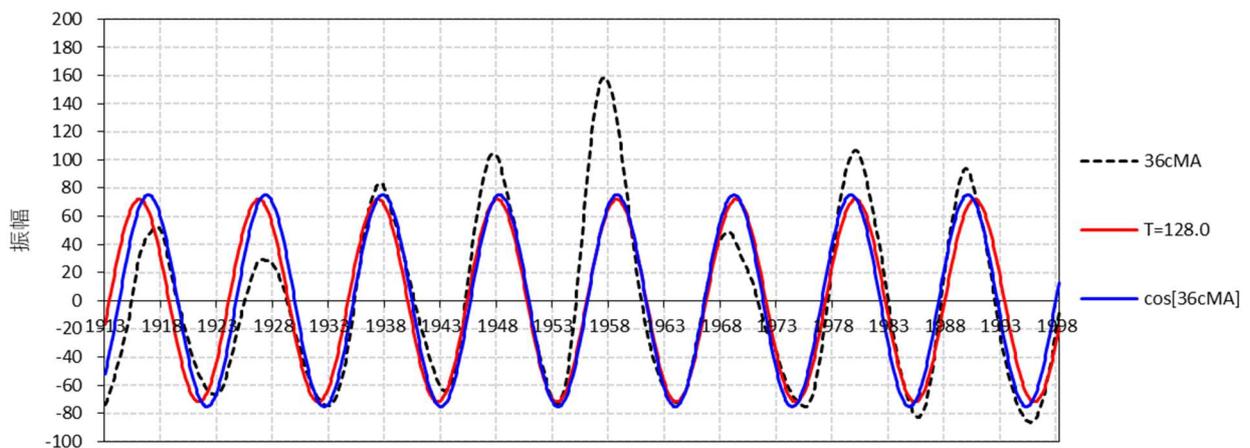


図 5 36cMA とその  $T=128.0$  成分および  $\cos[36\text{cMA}]$  の時系列

図 5 より、 $T=128.0$  成分と  $\cos[36cMA]$  は 1958 年頃を中心とする第 19 太陽活動周期付近ではほぼ一致するが、始点および終点では両者のずれが大きくなるのが分かる。これは、両者の周期がわずかに異なるためであり、時間の経過とともに位相差が累積した結果である。また、 $T=128.0$  成分の振幅は  $\cos[36cMA]$  の振幅に比べてわずかに低い。これらの関係は、3.3 節で述べた周期  $\tau$  を 125.6 としたコサイン関数  $\cos 125.6$  とその  $T=128.0$  成分の時系列パターンとほぼ一致する。

一方、 $\cos[36cMA]$  は 36cMA の実際の時系列に対して比較的良好に一致しており、36cMA に近い時系列パターンを示した。これは、 $\cos[36cMA]$  が準周期的時系列である 36cMA に対して、周期変動を平均化した代表的な周期成分として表現されているためと考えられる。以上の結果は、FFT による単一周波数成分とコサイン関数近似による平均周期成分との関係を視覚的に確認するものであり、準周期的な太陽活動周期を単一周期モデルで近似できることを示している。

## 6. まとめ

太陽黒点数の周期特性について解析した結果、FFT ではリーケージにより隣接するフーリエ周期へ振幅が漏れるため、その解釈には注意が必要である。また、太陽黒点数を移動平均処理した後にコサイン関数近似を行った場合でも、振幅比や位相などの基本的な周期特性はほぼ保存されることが明らかとなった。

次報では、同様の手法を用いて、太陽黒点数と気温の関係について考察する。

なお、本稿の作成にあたり、文章校正の補助として ChatGPT (OpenAI) を参考にした。

## 参考文献

- 1) 物理のかぎしっぽ 加熱される地球 (2) 平年値の意味の統計的考察  
[https://hooktail.sub.jp/contributions/heated\\_the\\_earth\\_02.pdf](https://hooktail.sub.jp/contributions/heated_the_earth_02.pdf)
- 2) Royal Observatory of Belgium Sunspot Number  
<https://www.sidc.be/SILSO/datafiles>
- 3) Wikipedia List of solar cycles  
[https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_solar\\_cycles](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_solar_cycles)
- 4) 装置設計者のための騒音の基礎 第 24 回 リーケージエラー  
<https://www.cradle.co.jp/media/column/a276>
- 5) イメージングソリューション 【Excel】フーリエ解析 (FFT)  
[https://imaging-solution.net/office/excel/excel\\_fourier\\_analysis\\_fft/](https://imaging-solution.net/office/excel/excel_fourier_analysis_fft/)
- 6) 物理のかぎしっぽ 周期時系列の統計解析 (3) 移動平均とフーリエ変換  
<https://hooktail.sub.jp/contributions/shuki03.pdf>
- 7) 物理のかぎしっぽ 周期時系列の統計解析 (4) フーリエ変換  
<https://hooktail.sub.jp/contributions/shuki04.pdf>
- 8) 物理のかぎしっぽ 周期時系列の統計解析 (2) 最小二乗法による近似 v2  
<https://hooktail.sub.jp/contributions/shuki02.pdf>