

なぜ子供は転びやすいのか

クロメル@物理のかぎプロジェクト

2007-10-17

剛体の力学シリーズ番外編 1 です。小さい子がよく転ぶのをみて考えてみました。大人になるとつまづいても転びにくくなりますよね。それはなぜかに答えます。必要知識は、[慣性モーメント](#) あたりまでの知識をもっていることが望ましいです。

転ぶ人を倒れる棒として考える

題のとおりです。転ぶ人を倒れる棒として考えます。長さが違う棒を倒すとき、長いほど遅く倒れるのだろうと予想しました。実際に確かめてみましょう。

モデルは、一方を自由に回転できるように固定した、密度が一樣な質量 m 、長さ l 棒とします。固定されているのは、摩擦力のせいです。棒の慣性モーメントを I 、地面の法線と棒のなす角を θ とします。

回転運動の方程式は、

$$\frac{dL}{dt} = N$$

つまり、もっと詳しく書くと $L = I\dot{\theta}(= I\omega)$ (上のドットは時間微分) ですから、

$$I\ddot{\theta} = N \tag{1}$$

となる訳です。

まず、 I を計算します。 $\rho = \frac{m}{l}$ を棒の密度とすれば、

$$\begin{aligned} I &= \int_0^l \rho r^2 dr \\ &= \left[\frac{\rho r^3}{3} \right]_0^l \\ &= \frac{\rho l^3}{3} \\ &= \frac{ml^2}{3} \end{aligned} \tag{2}$$

ですね。

そして、剛体に働くトルクの合計 N を求めます。棒の固定端から、 r の距離にある微小質量 ρdr にかかる重力による微小トルク $dN = r(\rho dr)g \sin \theta$ を積分します。

$$\begin{aligned} N &= \int dN \\ &= \int_0^l r(\rho dr)g \sin \theta \\ &= \left[\frac{\rho g r^2 \sin \theta}{2} \right]_0^l \\ &= \frac{mgl \sin \theta}{2} \end{aligned} \quad (3)$$

では、準備ができたので、式 (2) と式 (3) を式 (1) に代入して整理してみましょう。

$$\begin{aligned} \frac{ml^2}{3} \ddot{\theta} &= \frac{mgl}{2} \sin \theta \\ \ddot{\theta} &= \frac{3g}{2l} \sin \theta \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4) を見ると、見事に回転の加速の速さは、質量に関係せず、短いほど速いことがわかります。

または言い方を変えると、棒の端点の動く速度の速度増加率は、両辺に l をかければ出てきて、棒の長さによらないことが分ります。速度は同じであって、一方、端点の描く軌跡は、棒が長いほど長いですから、倒れるまでの時間は、長くなるわけです。

よって、体重には関係なく背が高いほど転び方がゆっくりになるので、大人はつまずいても姿勢を戻せるわけですね。

前に、ティラノサウルスは転んだらその衝撃で、死んでしまうのではないかという仮説が聞きましたが、それだけ大きければさうとう転ぶまでに時間がかかるので、転びにくかったのではないのでしょうか。

以上、小ネタでした。