

周期時系列の統計解析
(7)重回帰による季節のズレの推定

nino

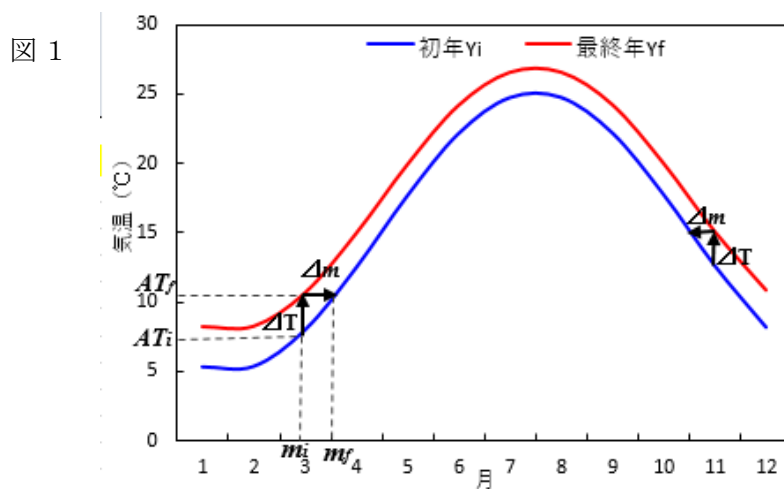
2018年6月4日

温暖化は桜の開花日を早めるなど季節のズレを生じさせる．気温の上昇による季節のズレを推定するため，ダミー変数を用いた重回帰分析を応用する方法について考察した．

季節のズレ日数の推定方法

最初に，季節のズレ日数を推定する方法について説明する．

図1に長期の気温時系列の初年 Y_i と最終年 Y_f における毎月の気温の季節変化を示した．



季節のズレは春季と秋季に顕著に表れるので，春季を例に季節のズレを推定する方法を説明する． m_i 月の初年の気温が AT_i °Cであったのが，最終年になると ΔT °C上昇して AT_f °Cに達する．気温 AT_f °Cは初年の気温の季節変化曲線における m_f 月の気温に該当し，季節は $[m_f - m_i]$ 月 $= \Delta m$ 月早まったと解釈できる． Δm 月を日換算 (Δd 日) するには，次式を用いれば良い．なお，うるう年の有無と月毎の日数の違いはほとんど影響しないので，無視した．

$$\Delta d (\text{日}) \doteq \Delta m \times 365 / 12$$

このように，気温 (縦軸) の変化を日数 (横軸) の変化で表すと，温暖化等の指標として実感しやすく，日常生活でも役立つことが多いのではないだろうか？

秋季についても同様に説明できるが，季節は早まるのではなく， Δm の矢印は春季とは逆向きすなわち季節は遅くなる．したがって，初年と最終年における気温の季節変化曲線が求めれば，季節のズレを推定できる．ただし，気温の観測値には誤差が含まれるので，統計手法により気温時系列の予測値を求める必要がある．

トレンドが毎月一定の重回帰モデル

前報では，ダミー変数を用いた重回帰分析により気温時系列の予測値を求めた．この重回帰モデルを季節のズレの推定に利用するので，以下に一部を再掲し，概要を述べる．

毎月の気温時系列の条件を，①トレンドは直線（一定），②月効果（季節成分）は毎年共通，③月効果の合計は 0 とすると，この重回帰モデル Y_t は，

$$Y_t = a \times t + b + S_{(t \bmod 12)} + \varepsilon_t$$

で表される．ここで， a はトレンド， b は定数項であり， $a \times t + b$ がトレンド成分である．また，季節成分 $S_{(t \bmod 12)}$ は名義尺度としての月効果（ダミー変数）であり，③から $S_1 + S_2 + \dots + S_{12} = 0 \Rightarrow S_{12} = -S_1 - S_2 - \dots - S_{11}$ となる． ε_t は不規則成分である．この重回帰モデルを行列で表すと，図 2 となる．

図 2

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ Y_{11} \\ Y_{12} \\ Y_{13} \\ \vdots \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 11 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 12 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 13 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ n & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ S_{11} \end{pmatrix}$$

重回帰モデルの 3 条件のうち①については毎月のトレンドが等しいことであり，この場合は初年と最終年の季節変化曲線は同じパターンを示す．しかし，実際には，トレンドは月毎に異なり，冬季に大きく夏季に小さいことが報告されている（参考文献 2）．トレンドが月毎に異なれば，初年と最終年の気温の季節変化曲線は異なるパターンになるので，より正確な季節のズレを推定するためには，トレンドが月毎に異なる気温時系列の予測値を求める必要がある．

トレンドが月毎に異なる重回帰モデル

トレンドが月毎に異なる気温時系列の予測値を求める方法として考えられるのは，まず，観測値を月毎のデータに分け，次に，月毎のデータにそれぞれ単回帰分析を適用して回帰式を求め，最後に，得られた予測値を元の年月順の時系列に並べ替える方法である．しかし，この方法は手間がかかり，定数項と月効果を分離して求めることができない．前節で示した重回帰モデルを応用すると，気温時系列の予測値が一括して求められる．

その応用方法とは，先述の重回帰モデル Y_t において，毎月一定のトレンド a を月毎に異なるトレンド $a_{(t \bmod 12)}$ に置き換えた重回帰モデル Y'_t にすれば良い．ただし，トレンド $a_{(t \bmod 12)}$ は名義尺度ではないので， $a_1 \sim a_{12}$ の 12 個ある．また，毎月一定のトレンド a の行列は連続番号になっているが，月毎に異なるトレンド $a_{(t \bmod 12)}$ の行列は 1 年毎に 12（か月）ずつ増加させる必要がある．トレンドの単位が $^{\circ}\text{C}/\text{月}$ だからである．

図 3 に，重回帰モデル Y'_t の定数項と月効果をそれぞれ b' ， $S'_{(t \bmod 12)}$ とし，気温時系列の期間を j 年間（ $j = n / 12$ ）とした場合の行列を示した．

図 3

$$\begin{pmatrix} Y'_1 \\ Y'_2 \\ \vdots \\ Y'_{11} \\ Y'_{12} \\ Y'_{13} \\ Y'_{14} \\ \vdots \\ Y'_{23} \\ Y'_{24} \\ Y'_{25} \\ \vdots \\ Y'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12(j-1) & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{11} \\ a_{12} \\ b' \\ S'_1 \\ S'_2 \\ \vdots \\ S'_{11} \end{pmatrix}$$

先述したように、トレンド $a_{(t \bmod 12)}$ の係数は、1年目の12か月は0、2年目の12か月は12、以下同様にして k 年目の12か月は $[12(k-1)]$ としてある。

したがって、重回帰モデル Y'_t は次式で表される。

$$Y'_t = a_{(t \bmod 12)} \times [12(k-1)] + b' + S'_{(t \bmod 12)} + \varepsilon_t$$

この行列を連立方程式で表わすと、

$$\begin{aligned}
 Y'_1 &= a_1 \times 0 + b' + S'_1 + \varepsilon'_1 \\
 Y'_2 &= a_2 \times 0 + b' + S'_2 + \varepsilon'_2 \\
 &\vdots \\
 Y'_{12} &= a_{12} \times 0 + b' - S'_1 - S'_2 \cdots - S'_{11} + \varepsilon'_{12} \\
 Y'_{13} &= a_1 \times 12 + b' + S'_1 + \varepsilon'_{13} \\
 &\vdots \\
 Y'_{24} &= a_{12} \times 12 + b' - S'_1 - S'_2 \cdots - S'_{11} + \varepsilon'_{24} \\
 Y'_{25} &= a_1 \times 24 + b' + S'_1 + \varepsilon'_{25} \\
 &\vdots \\
 Y'_n &= a_{12} \times 12(j-1) + b' - S'_1 - S'_2 \cdots - S'_{11} + \varepsilon'_n
 \end{aligned}$$

となる。そして、この連立方程式から1月のデータを抽出すると、

$$\begin{aligned}
 Y'_1 &= a_1 \times 0 + b' + S'_1 + \varepsilon'_1 \\
 Y'_{13} &= a_1 \times 12 + b' + S'_1 + \varepsilon'_{13} \\
 Y'_{25} &= a_1 \times 24 + b' + S'_1 + \varepsilon'_{25} \\
 &\vdots \\
 Y'_{1+12(j-1)} &= a_1 \times 12(j-1) + b' + S'_1 + \varepsilon'_{1+12(j-1)}
 \end{aligned}$$

が得られる。ここで、 $b' + S'_1 \Rightarrow b'_1$ に置き換えると、トレンドを a_1 、定数項を b'_1 とした1月の連立方程式と解釈できる。これらの式は単回帰分析に相当することから、1月の単回帰式が求まる。他の月も同様である。

したがって、トレンドが月毎に異なる重回帰モデル Y'_t は、各月の単回帰分析を一括して行い、同時に定数項 b' と各月効果 $S'_{(t \bmod 12)}$ を分離して求める統計手法であるといえる。このように、連立方程式に立ち返って、ダミー変数を用いた重回帰モデルを見てみるとわかりやすい。

なお、この重回帰モデルの説明変数は 24 個ある。Excel の「回帰分析」は説明変数が 16 個以上は計算できないので、他の重回帰分析ソフトを利用するか、Excel の行列計算や最小二乗法を用いて計算する必要がある（参考文献 1, 2 など）。あるいは、先述したように、月毎のデータに分けて単回帰分析し、再度時系列順に並べ替える必要がある。

表 1 に、重回帰分析における目的変数と説明変数を例示した。ただし、定数項 b' は重回帰分析ソフトには既に組み込まれているとして除いてある。行列等を用いて計算する場合は、定数項 b' も図 3 の行列にしたがって説明変数に入れておく必要がある。

表 1

目的変数	説明変数																							
	気温	各月のトレンド												月効果										
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	S'_1	S'_2	S'_3	S'_4	S'_5	S'_6	S'_7	S'_8	S'_9	S'_{10}	S'_{11}
Y'_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Y'_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
Y'_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Y'_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
Y'_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Y'_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
Y'_{23}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
Y'_{24}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	
Y'_{25}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
Y'_n	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$12(j-1)$	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	

トレンドが月毎に異なる重回帰モデルの検証

トレンドが月毎に異なる重回帰モデルの妥当性を確かめるため、関数モデルを用いて検証する。関数モデル y'_t は月効果 $S'_{(t \bmod 12)}$ をコサイン関数 $H\cos[2\pi/T(t+\phi)]$ で当てはめた次式を用いた。

$$y'_t = a_{(t \bmod 12)} \times [12(k-1)] + b' + H\cos[2\pi/T(t+\phi)] + \varepsilon_t$$

表 2 に関数モデル y'_t の各説明変数の設定値および重回帰結果（偏回帰係数）を併せて示した。

設定値については、トレンド $a_{(t \bmod 12)}$ は $0.08 \sim 0.13^\circ\text{C}/\text{月}$ の範囲で夏季に小さく冬季に大きくし、定数項 b' は 15.0°C とした。また、コサイン関数のパラメーターは振幅： $H=10^\circ\text{C}$ 、周期： $T=12$ か月、位相： $\phi=4.5$ 月とした。例えば、1 月の月効果 S'_1 は、 $10\cos[(2\pi/12)(1+4.5)] \simeq -9.66$ となる。他月も同様である。不規則成分 ε_t は、 $-0.01^\circ\text{C} \sim 0.01^\circ\text{C}$ の乱数を用いた。これは、トレンド $a_{(t \bmod 12)}$ の平均値 (0.105) の約 $\pm 10\%$ である。

重回帰結果によると、設定値と偏回帰係数はほぼ一致し、P-値はすべて 0.00 (1% で有意)

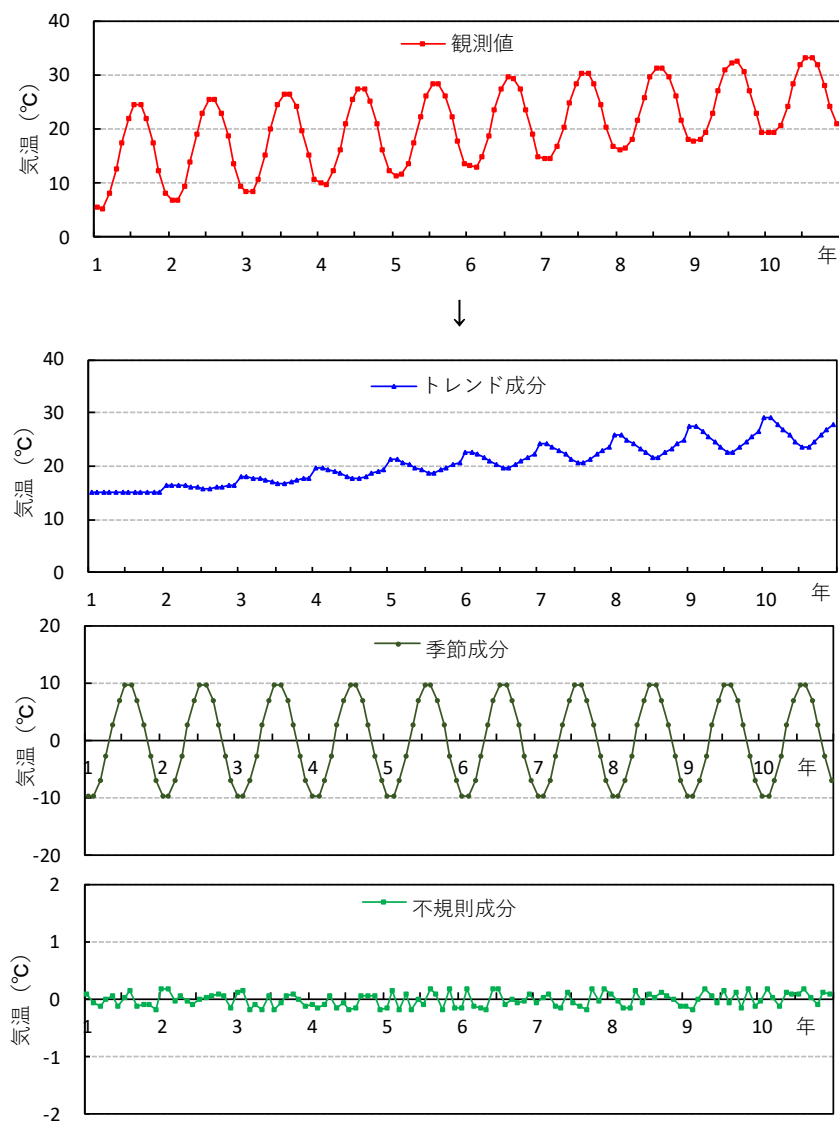
となり，重回帰モデルの妥当性が確認された．

表 2

説明変数	設定値(°C/月)	偏回帰係数(°C/月)	説明変数	設定値(°C)	偏回帰係数(°C)
a_1	0.130	0.130	b'	15.00	15.00
a_2	0.130	0.130	S'_1	-9.66	-9.65
a_3	0.120	0.120	S'_2	-9.66	-9.65
a_4	0.110	0.110	S'_3	-7.07	-7.08
a_5	0.100	0.100	S'_4	-2.59	-2.59
a_6	0.090	0.090	S'_5	2.59	2.58
a_7	0.080	0.080	S'_6	7.07	7.07
a_8	0.080	0.080	S'_7	9.66	9.66
a_9	0.090	0.090	S'_8	9.66	9.66
a_{10}	0.100	0.100	S'_9	7.07	7.07
a_{11}	0.110	0.110	S'_{10}	2.59	2.59
a_{12}	0.120	0.120	S'_{11}	-2.59	-2.59

参考のため，図 4 に，関数モデル y'_i (観測値) と各成分の 10 年間の時系列を示した．観測値は，夏季と冬季の気温差が経年的に小さくなって行く様子がわかる．トレンド成分において，夏季の最高気温の上昇率が小さく，冬季の最低気温の上昇率が大きいためである．

図 4



トレンドが月毎に異なる重回帰モデルの気温時系列への適用例

実際の観測値に重回帰モデルを適用した。用いたデータは、1930年1月から2015年12月までの86年間の月平均気温（横浜）である（図5）。

気温は年々変動を示すが、経年的にわずかに上昇する傾向も認められた。

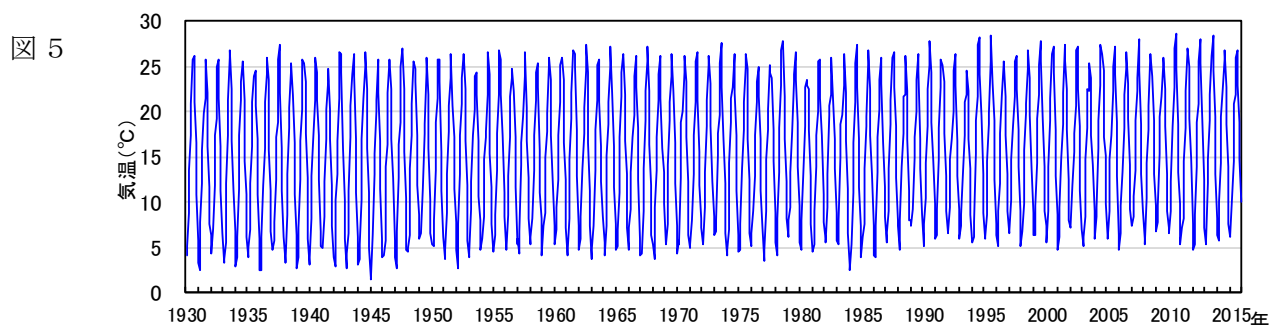


表3に気温時系列の重回帰分析結果を示した。

表3

説明変数	偏回帰係数	標準偏回帰係数	P-値	説明変数	偏回帰係数	標準偏回帰係数	P-値
a_1	0.0028	0.062	0.00	b'	14.05		
a_2	0.0030	0.067	0.00	S'_1	-10.47	-0.58	0.00
a_3	0.0028	0.063	0.00	S'_2	-10.23	-0.56	0.00
a_4	0.0023	0.051	0.00	S'_3	-7.15	-0.39	0.00
a_5	0.0021	0.047	0.00	S'_4	-1.66	-0.09	0.00
a_6	0.0016	0.035	0.00	S'_5	2.75	0.15	0.00
a_7	0.0012	0.027	0.00	S'_6	6.22	0.34	0.00
a_8	0.0014	0.031	0.00	S'_7	10.19	0.56	0.00
a_9	0.0018	0.041	0.00	S'_8	11.58	0.64	0.00
a_{10}	0.0027	0.061	0.00	S'_9	7.85	0.43	0.00
a_{11}	0.0027	0.060	0.00	S'_{10}	1.88	0.10	0.00
a_{12}	0.0028	0.062	0.00	S'_{11}	-3.07	-0.17	0.00

表3によると、トレンド $a_{(t \bmod 12)}$ の偏回帰係数は $0.0012^\circ\text{C}/\text{月} \sim 0.0030^\circ\text{C}/\text{月}$ の範囲にあり、最大値と最小値の差は $0.0019^\circ\text{C}/\text{月}$ と比較的大きな値を示した。また、それらの平均値は $0.0023^\circ\text{C}/\text{月}$ であった。この値は、先述した毎月のトレンドが等しい重回帰モデル（前報）のトレンド a と一致する。そのため、86年間における上昇気温は両モデルとも 2.34°C で等しい。月効果 $S'_{(t \bmod 12)}$ の偏回帰係数は $-10.46^\circ\text{C} \sim 11.59^\circ\text{C}$ の範囲にあり、振幅は約 11.0°C となった。P-値は全て 0.00（1%で有意）であった。ただし、これらのP-値は重回帰の場合であり、単回帰の場合のP-値とは異なる。実際に、単回帰のP-値は7月以外の月は0.00であるが、7月は0.018（5%で有意）であった。

トレンドの変化傾向をみるため、図6に各月のトレンド $a_{(t \bmod 12)}$ の偏回帰係数を示した。

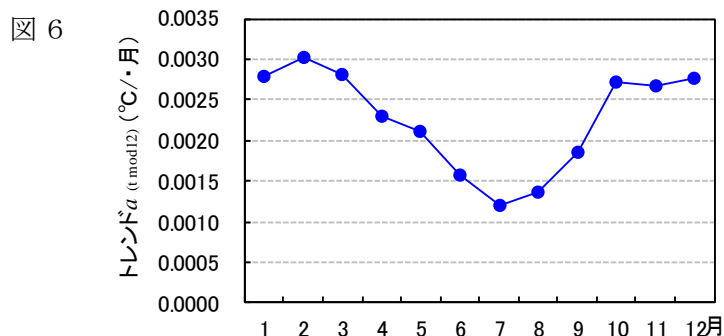
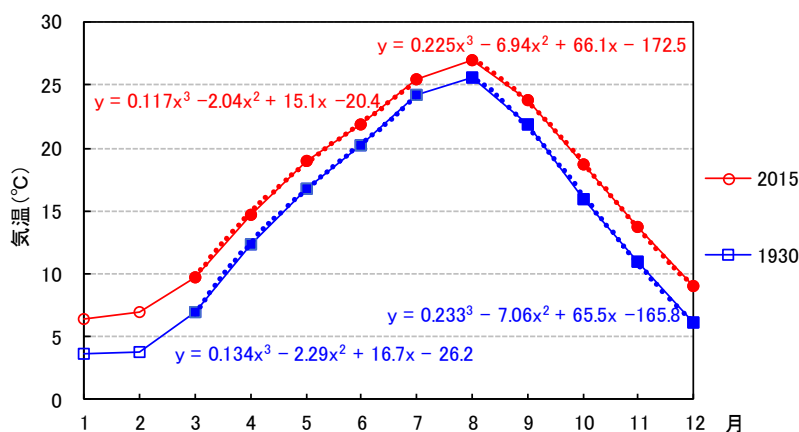


図 6 によると、トレンド $a_{(t \bmod 12)}$ の偏回帰係数は 1 月～3 月に大きく、4 月以降は低下して行き 7 月に最小となった。それ以降 10 月まで上昇した後、10 月～12 にかけてはほぼ横ばいで推移した。このように、トレンドは月毎に大きく変化した。

86年間の気温時系列における季節のズレの推定

図 7 に、気温時系列の予測値の初年（青線：1930 年）と最終年（赤線：2015 年）における季節変化を示した。図 7 には、初年と最終年における春季（3 月～7 月）と秋季（8 月～12 月）の各 5 か月間の 3 次の近似式およびそれらの近似曲線（点線）を併せて示した（詳細は後述）。近似曲線の相関係数は 4 つとも 0.999 以上あった。なお、用いたデータは月平均気温なので、各月は月半ばに相当する。

図 7



気温の季節変化は少し複雑な曲線を示すため、高次式の近似曲線で精度よく表すのは難しい。また、夏季と冬季は、図 1 において $\Delta T / \Delta m$ が小さいため、言い換えると、 $\Delta m / \Delta T$ が大きいため、気温の測定値などに少しの誤差があっても季節のズレに大きな影響を及ぼす。そのため、春季と秋季について季節のズレを推定することとした。

推定方法は、図 7 の初年と最終年についてそれぞれ春季（3 月～7 月）と秋季（8 月～12 月）に分けて 3 次式の近似曲線を求めてから、先述した方法（図 1）により各月季節のズレを計算した。なお、3 次式の近似曲線は、Excel ソルバーを用いて求めた（参考文献 4）。

具体例として、3 月における季節のズレの計算を図 1 を参考に図 7 を用いて説明する。まず、初年の 3 月 m_i の気温 AT_i から最終年に達した気温 AT_f °C を求めるため、最終年の近似式に $m_i = x = 3$ を代入すると、 $AT_f = 9.73$ °C が得られた。次に、 $AT_f = 9.73$ °C を初年の近似式に代入して整理すると、 $0.134x^3 - 2.29x^2 + 16.7x - 35.93 = 0$ となる。この 3 次式を Excel のソルバー（参考文献 5）を用いて季節のズレ $x = m_f$ を求めると、 $m_f = 3.47$ 月が得られた。したがって、3 月は $[m_f - m_i] = \Delta m = 0.47$ 月早まり、季節のズレ日数は、 $\Delta d = \Delta m \times 365 / 12 \div 14$ 日となった。以下同様にして、各月における季節のズレ m_f と季節のズレ日数 Δd を求めた。

表 4 に、86 年間における上昇気温 ΔT (°C)、季節のズレ m_f (月)、および季節のズレ日数 Δd (日) を示した。

表 4

月	上昇気温 $\Delta T(^{\circ}\text{C})$	季節のズレ $m_f(\text{月})$	ズレ日数 $\Delta d(\text{日})$
1	2.9		
2	3.1		
3	2.9	3.47	14
4	2.4	4.54	17
5	2.2	5.56	17
6	1.6	6.45	14
7	1.2		
8	1.4		
9	1.9	8.56	-13
10	2.8	9.58	-13
11	2.8	10.45	-17
12	2.9	11.33	-20

各月の上昇気温 ΔT は、 $1.2^{\circ}\text{C}\sim 3.1^{\circ}\text{C}$ の範囲にあり、平均して 2.3°C であった。最大値は2月、最小値は7月にあり、冬季に大きく、夏季は小さい傾向を示した。上昇気温 ΔT の最大と最小の差は 1.9°C と大きく、冬季の温暖化が顕著であることが示唆された。

季節のズレ m_f は、春季については3月が3.47月に早まるなど、平均して半月程度早まった。秋季は、9月が8.56月に遅くなるなど、平均して半月程度遅くなった。

ズレ日数 Δd については、春季は14日～17日（平均15.5日）の範囲にあり、5月が最も長かった。秋季は-13日～-20日（平均15.8日）の範囲にあり、9,10月から12月に向けて長くなる傾向を示した。また、上昇気温 ΔT が高いほど、ズレ日数が長くなる傾向は認められなかった。これは、各月における近似曲線の傾き $\Delta T/\Delta m$ が異なっていることが影響しているためと考えられた。

参考文献

1. 重回帰分析 http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/statistics/mul_reg1.htm
2. Excelによる連立1次方程式の解法
http://www.gs.niigata-u.ac.jp/~kimlab/lecture/math/excel-s_eq.html
3. 気象庁 http://www.data.jma.go.jp/cpdinfo/himr_faq/04/qa.html
4. エクセルのソルバーを用いた最小二乗法
http://godfoot.world.coocan.jp/square_solver.htm
5. Excelのソルバーを用いた非線形方程式の計算
http://godfoot.world.coocan.jp/excel_nonlsol.htm