新型コロナウイルスの時系列解析

（5）第５波の詳細モデル（改訂版）

nino

2024 年 4 月 12 日

１．はじめに

前報では、第５波の時系列に正規分布と曜日効果の和から成るという簡易な統計モデルを当てはめた結果、モデルは陽性と入院の時系列と比較的良く一致した。一方、第５波を詳しく観察すると、小さなショルダーピークも見られ、また、曜日効果は前期と後期で変化パターンが少し異なった。本報では、簡易モデルにこれらの特徴を取り入れとともに、曜日効果を修正した詳細モデルについて考察した。

２．時系列データ

使用する時系列データは前報[1)]と同じ厚生労働省のオープンデータ[2)]（毎日の報告値）の次の２項目（略称）である。

①新規陽性者数（陽性）、②入院治療等を要する者（入院）。以降は、略称を用いる。

対象期間は、2021/7/11(日)～10/23(土)の 105 日間（15 週間）である。

３．簡易モデルについて

準備として、まず、前報[1)]で報告した簡易モデルについて概要を述べる。

簡易モデルでは、第５波の報告値 $O(t)$を次式のようにモデル化した。

$$O(t) = G(t) + b + D(t) + I(\mathrm{t}) \tag{1}$$

$G(t)$、b、$D(t)$、および $I(\mathrm{t})$は、それぞれ時点 t（t=0,1,2,⋯,104 日）おける正規分布、バックグラウンド（定数；人）、曜日効果、および不規則変動を表す。

式(1)中の $G(t)$は、正規分布に準じた次式であり、

$$G(t) = H \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \tag{2}$$

H、μ、σ はそれぞれピーク高（人）、平均（ピーク位置；日）、標準偏差（拡がり程度；日）を表す。

式(1)中の $D(t)$は、安定的であり１週間に亘って和をとると０になる曜日係数 d_n（$\Sigma d_n = 0$；n=0, 1, ⋯, 6）を用いると、曜日効果は $G(t)$に比例するので、d_n と $G(t)$の積で表される。

$$D(t) = d_n\, G(t) \tag{3}$$

d_n については、日付 t の曜日は $t \equiv n \pmod 7$ となる n に対応する曜日であり、n=0, 1, ⋯, 6 はそれぞれ日曜、月曜、⋯土曜に対応する。

したがって、式(1)の報告値 $O(t)$は次のように書き換えられる。

$$O(t) = G(t) + b + d_n\, G(t) + I(\mathrm{t}) \tag{4}$$

また、式(4)の右辺の最初の３項をまとめて、推定値 $E(t)$とすると、

$$E(t) = G(t) + b + d_n\, G(t) \tag{5}$$

不規則変動 $I(\mathrm{t})$は、

$$I(\mathrm{t}) = O(t) - E(t) \tag{6}$$

となる。なお、不規則変動 $I(\mathrm{t})$は残差分析[3]における「残差」に相当する。

３．詳細モデル

3.1　詳細モデルの式と最小二乗法による推定

先述したように、詳細モデルは簡易モデルに小さなショルダーピークを取り入れるとともに、曜日効果を前期と後期に分けたモデルである。また、曜日効果を修正した。
詳細モデルでは､報告値 $O(t)$は簡易モデルの式(1)に対応した次式で表す(下付きの｢a｣)。

$$O(t) = G_a(t) + b_a + D_a(t) + I_a(\mathrm{t}) \tag{7}$$

$G_a(t)$は、主ピーク $G_m(t)$とショルダーピーク $G_s(t)$の和であり、

$$G_a(t) = G_m(t) + G_s(t) \tag{8}$$

それらのパラメーターは式(2)に準じて $G_m(t)$は H_m、μ_m、σ_m、 $G_s(t)$は H_s、μ_s、σ_s とする。

曜日効果については簡易モデルでは曜日係数と正規分布の積で表されるとしたが、詳細モデルでは曜日効果 $D_a(t)$は曜日係数と、正規分布とバックグラウンドの和$[G_a(t) + b_a]$との積とした。曜日効果の振幅は報告値の７日間移動平均に比例し、その７日間移動平均はモデルでは正規分布とバックグラウンドの和に相当するからである。
したがって、$D_a(t)$は、曜日係数 d_{jn}を前期 d_{1n}（7/11～8/30）と後期 d_{2n}（8/31～10/23）に分けると（前期 $j=1$、後期 $j=2$)、それら曜日係数と$[G_a(t) + b_a]$の積で表される。

$$D_a(t) = \text{前期；}d_{1n}\,[G_a(t) + b_a]\text{、後期；}d_{2n}\,[G_a(t) + b_a] \tag{9}$$

また、式(7)の右辺の最初の３項をまとめて、推定値 $E_a(t)$とした。

$$E_a(t) = G_a(t) + b_a + D_a(t)$$
$$E_a(t) = G_a(t) + b_a + d_{jn}\,[G_a(t) + b_a]$$
$$E_a(t) = (1 + d_{jn})\,[G_a(t) + b_a] \tag{10}$$

詳細モデルの不規則変動 $I_a(\mathrm{t})$は次式で表される。

$$I_a(\mathrm{t}) = O(t) - E_a(t) \tag{11}$$

詳細モデルのパラメーター数は簡易モデルより９個（$G_s(t)=3$ 個、$d_{2n}=6$ 個）多くなる。そして、前報[1]と同様に、最小二乗法により式(7)の不規則変動（誤差）$I_a(\mathrm{t})$の二乗和が最小になるように各パラメーターを推定した。
推定結果について、陽性と入院に分けて考察する。

3.2　陽性の推定結果

3.2.1　陽性の推定値 $E_a(t)$

図 1 に推定値 $E_a(t)$と報告値 $O(t)$の時系列を示した。図中には、詳細モデルの不規則変動 I_a(t)および比較のため簡易モデルの不規則変動 I(t)をあわせて示した。縦軸は人数、横軸の日付は 1 週間間隔である。

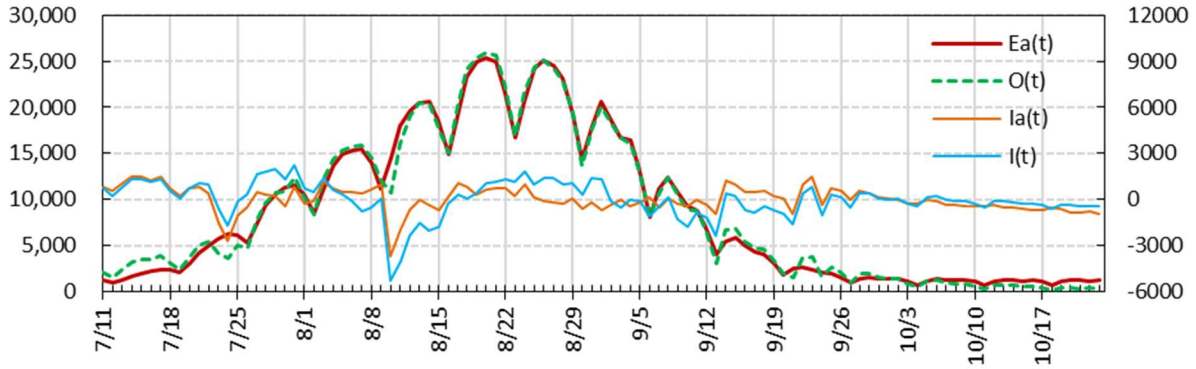

図 1　陽性の推定値 $E_a(t)$と報告値 $O(t)$、および詳細モデルと簡易モデルの不規則変動（I_a(t)と I(t)：右目盛り）の時系列

推定値 $E_a(t)$は報告値 $O(t)$とほぼ同じ変化を示し、また、ピークの両端付近の小さな曜日効果も現れており簡易モデルより改善されている。不規則変動については、簡易モデル I(t)は後期に比べて前期のバラツキが大きいが、詳細モデル I_a(t)は少し改善されバラツキは期間を通して比較的均一になった。実際に、詳細モデルの AIC[4]（赤池の情報量基準）は 1,746 となり、簡易モデルの 1,801 より小さく、当てはまりが良くなった。
次に、正規分布 $G_a(t)$ と曜日効果 $D_a(t)$について詳しく調べた。

3.2.2　陽性の正規分布 $G_a(t)$

表 1 に主ピーク $G_m(t)$とショルダーピーク $G_s(t)$の各パラメーターおよびバックグラウンド b_a の推定結果を示した。表 1 には μ_m および μ_s に対応する月/日をあわせて示した。
また、図 2 に正規分布 $G_a(t)$とバックグラウンド b_a の和［$G_a(t)+b_a$］、主ピーク $G_m(t)$、ショルダーピーク $G_s(t)$、および報告値 $O(t)$の 7 日間移動平均（7MA）を示した。

表 1　陽性の $G_m(t)$と $G_s(t)$の各パラメーターとバックグラウンド b_a の推定結果

	$G_m(t)$		$G_s(t)$
H_m	21,859	H_s	5,213
μ_m	43	μ_s	20
(月/日)	(8/23)	(月/日)	(7/31)
σ_m	13	σ_s	7
b_a	1,087		

図 2 を見ると、［$G_a(t)+b_a$］はショルダーピーク部分を含めて $O(t)$の 7MA とほぼ同じ変化を示した。表 1 より、$G_s(t)$のピーク高 H_s は $G_m(t)$の H_m の約 1/4、そして、そのピーク位置 μ_s は 7/31 にあった。このショルダーピークの原因として、一時的な感染拡大によって生じたことなどが考えられた。

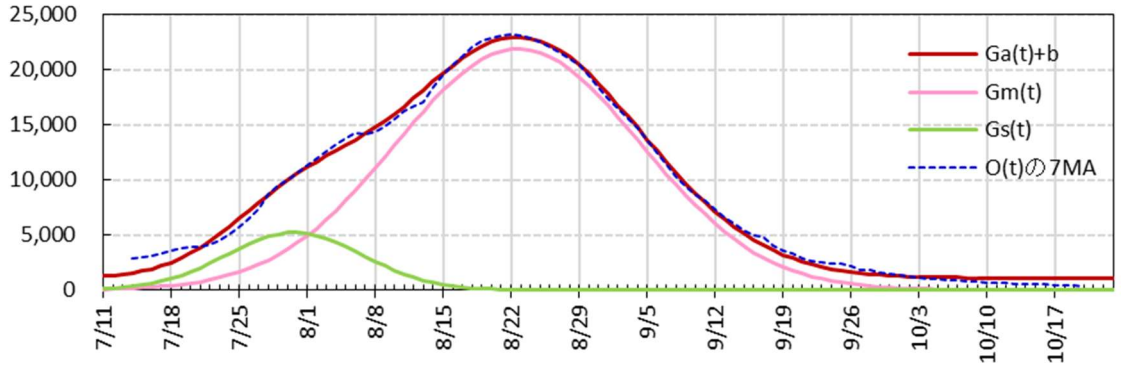

図２　陽性の［$G_a(t)+b_a$］、$G_m(t)$、$G_s(t)$、および $O(t)$の 7MA の時系列

3.2.3　陽性の曜日係数 d_{jn} と曜日効果 $D_a(t)$

まず、曜日係数 d_{jn} について調べる。表２に前期と後期の曜日係数 d_{jn} の推定結果を示した。図３には前期と後期の曜日係数 d_{jn} および簡易モデル[1]の曜日係数の変化を示した。

表２　陽性の前期と後期の曜日係数 d_{jn} の推定結果

	前期		後期
d_{11}(日)	−0.057	d_{21}(日)	−0.041
d_{12}(月)	−0.272	d_{22}(月)	−0.361
d_{13}(火)	−0.095	d_{23}(火)	−0.044
d_{14}(水)	0.075	d_{24}(水)	0.163
d_{15}(木)	0.130	d_{25}(木)	0.105
d_{16}(金)	0.127	d_{26}(金)	0.063
d_{10}(土)	0.092	d_{20}(土)	0.115

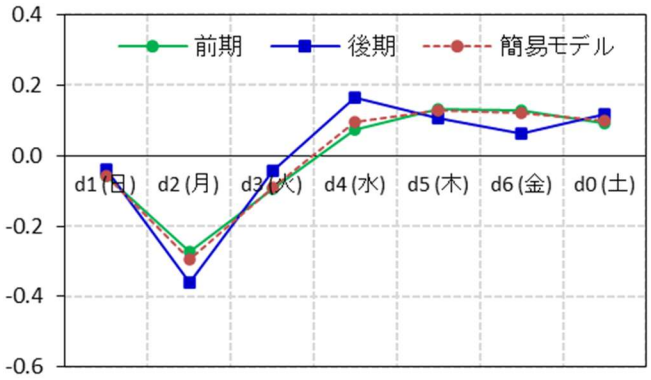

図３　陽性の詳細モデル（前期と後期）と簡易モデルの曜日係数の変化

図３より、前期の曜日係数 d_{1n} は７日間周期で簡易モデルの曜日係数とほとんど同じ変化を示したが、後期の曜日係数 d_{2n} では金曜に落ち込みが見られた。報告値のフーリエ変換結果によると[5]、陽性では７日周期のほかにピーク強度の小さい 3.5 日程度の周期も認められた。したがって、3.5 日周期は後期の曜日変化によるものと考えられた。

次に、曜日効果 $D_a(t)$について検討した（図４）。図中には報告値 $O(t)$とその７日間移動平均との差もあわせて示した。

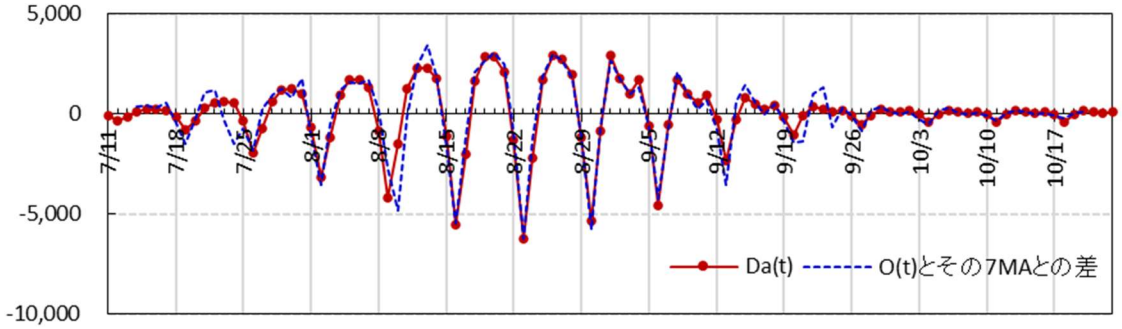

図４　陽性の曜日効果 $D_a(t)$および報告値 $O(t)$とその７日間移動平均(7MA)との差の時系列

曜日効果 $D_a(t)$は報告値 $O(t)$とその７日間移動平均との差とほぼ同じ変化を示し、前期と後期の違いも比較的良く反映している。また、両端付近の小さな曜日効果も比較的よく再現されている。

このように陽性の詳細モデルは正規分布と曜日効果ともに報告値と良く一致した。

3.2.4　陽性の差分について

正規分布 $G_a(t)$における１日ごとの変化量を把握するため、差分（前日との差）について検討した。図５に $G_a(t)$の差分および報告値 $O(t)$の７日間移動平均の差分を示した。

$G_a(t)$の差分は前期にはプラス側で増加と減少を２回繰り返す２山型を示し、8/24 になるとマイナスに転じて、9/6 に最低値を示してからゼロに漸近して行った。この $G_a(t)$の差分は報告値 $O(t)$の７日間移動平均の差分と同じ変化傾向を示している。

なお、前期における２山型は簡易モデルにショルダーピークを追加したことによって出現したものだが、もう一つの見方として、感染拡大が抑制されたため $G_a(t)$の差分が一時的に落ち込んだと解釈することもできる。具体的には、緊急事態宣言による効果が一時的に現れたことが想定される。実際に、緊急事態宣言[6)]が各都道府県で７月から８月にかけて発出されていたので、留意する必要がある。

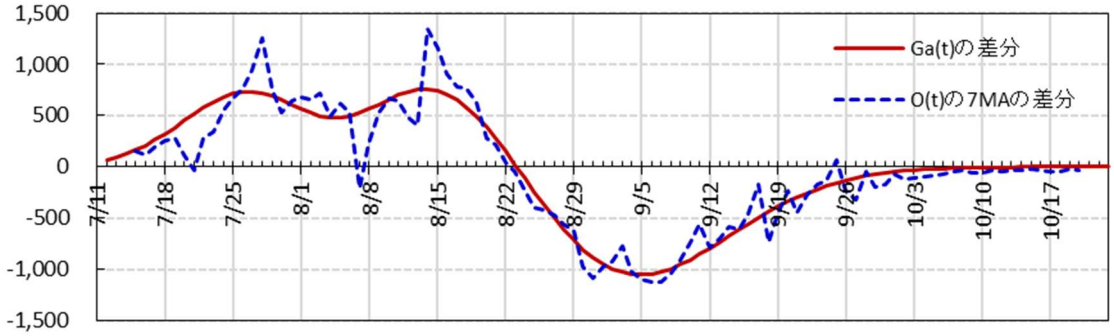

図５　陽性の $G_a(t)$の差分および報告値の７日間移動平均の差分（点線）の時系列

3.3　入院の推定結果

陽性の場合と同様に、入院の推定結果について考察した。

3.3.1　入院の推定値 $E_a(t)$

図６に推定値 $E_a(t)$と報告値 $O(t)$の時系列を示した。また、図中には、詳細モデルと簡易モデルの不規則変動（I_a(t)と I(t)）をあわせて示した。

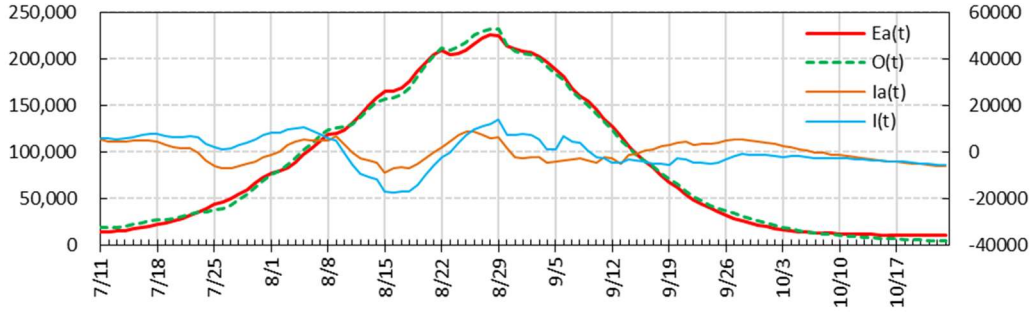

図６　入院の推定値 $E_a(t)$と報告値 $O(t)$、および詳細モデルと簡易モデルの不規則変動（I_a(t)と I(t)：右目盛り）の時系列

入院は、陽性に比べて曜日変動の振幅は小さいが、推定値 $E_a(t)$は報告値 $O(t)$とほぼ同じ変化を示した。また、不規則変動は、詳細モデルは簡易モデル比べてバラツキが少し均一になっている。入院の詳細モデルの AIC は 2,096 で、簡易モデルの 2,170 より小さくなり、陽性の場合と同様に詳細モデルのほうが当てはまりは良くなった。
次に、正規分布 $G_a(t)$ と曜日効果 $D_a(t)$について詳しく調べた。

3.3.2　入院の正規分布 $G_a(t)$

表３に主ピーク $G_m(t)$とショルダーピーク $G_s(t)$の各パラメーターおよびバックグラウンド b_a の推定結果を示した。表３には μ_m および μ_s に対応する月/日をあわせて示した。
また、図７に正規分布 $G_a(t)$とバックグラウンド b_a の和［$G_a(t)+b_a$］、主ピーク $G_m(t)$、ショルダーピーク $G_s(t)$、および報告値 $O(t)$の７日間移動平均を示した。
図７をみると、［$G_a(t)+b_a$］は $O(t)$の７日間移動平均とほぼ一致している。表３より、$G_s(t)$のピーク高 H_s は $G_m(t)$のピーク高 H_m の約 1/4 で、陽性の場合と同じ割合であった。一方、$G_m(t)$のピーク位置 μ_m は 8/29、そして $G_s(t)$のピーク位置 μ_s は 8/6 を示し、両者とも陽性の場合（表２）より６日遅れであった。陽性のピークから入院のピークまで６日程度を要した可能性があると考えられた。

表３　入院の $G_m(t)$と $G_s(t)$の各パラメーターおよびバックグラウンド b_a 推定結果

	$G_m(t)$		$G_s(t)$
H_m	204,105	H_s	46,340
μ_m	49	μ_s	26
（月/日）	（8/29）	（月/日）	（8/6）
σ_m	13	σ_s	11
b_a	10,388		

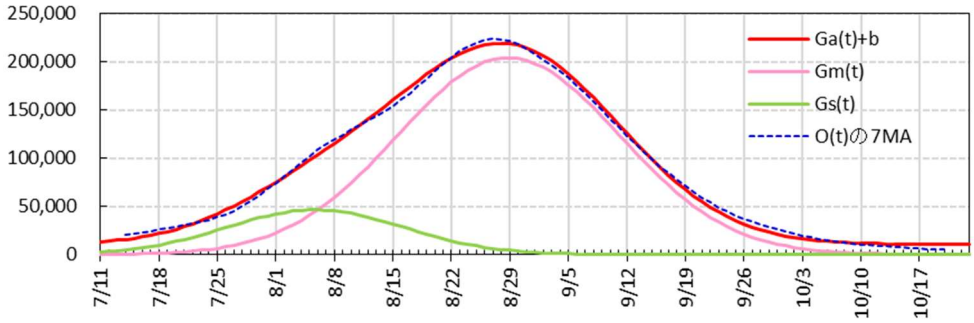

図７　入院の［$G_a(t)+b_a$］、$G_m(t)$、$G_s(t)$、および $O(t)$の７MA の時系列

3.3.3　入院の曜日係数 d_{jn} と曜日効果 $D_a(t)$

まず、曜日係数について調べた。表４に前期と後期の曜日係数 d_{jn} の推定結果を示した。図８には前期と後期の曜日係数 d_{jn} および簡易モデルの曜日係数の変化を示した[1)]。
図８より、前期の曜日係数 d_{1n} は７日周期で最大値が日曜、最低値が火曜にあり、簡易モデルの曜日係数とほぼ同じ変化傾向を示した。この曜日変化は陽性の前期の曜日係数よりも１～２曜日程度の遅れであった（図３）。しかし、後期の曜日係数 d_{2n} は前期に比べて土曜や日曜に大きく低下し、相対的に金曜が少し高くなった。この後期の曜日変化も陽性の場合に比べて１～２曜日程度の遅れであった（図３）。このように入院の曜日変化も陽性の影響を受けている可能性があると考えられた。

表４　入院の前期と後期の曜日係数 d_{jn} の推定結果

	前期		後期
d_{11}(日)	0.029	d_{21}(日)	0.008
d_{12}(月)	−0.014	d_{22}(月)	0.008
d_{13}(火)	−0.031	d_{23}(火)	−0.017
d_{14}(水)	−0.027	d_{24}(水)	−0.013
d_{15}(木)	−0.002	d_{25}(木)	0.002
d_{16}(金)	0.017	d_{26}(金)	0.007
d_{10}(土)	0.028	d_{20}(土)	0.005

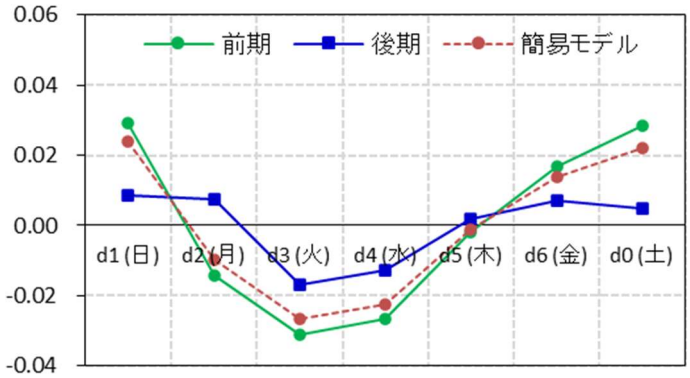

図８　入院の詳細モデル（前期と後期）と簡易モデルの曜日係数の変化

次に、曜日効果 $D_a(t)$ついて検討した（図９）。図中には、報告値 $O(t)$とその７日間移動平均との差もあわせて示した。

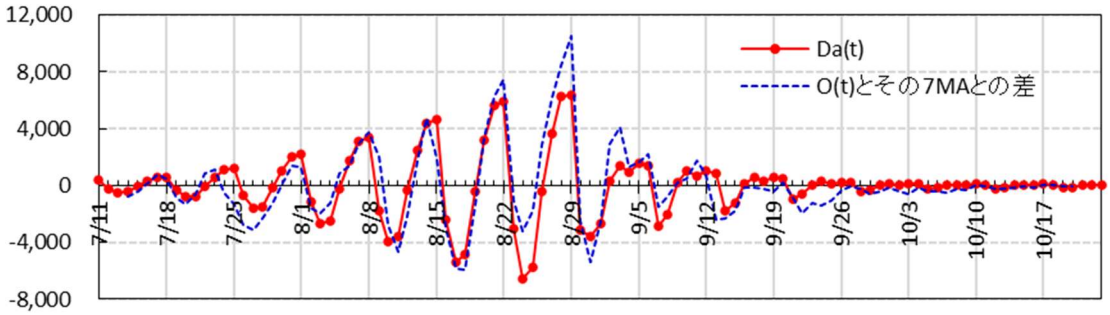

図９　入院の曜日効果 $D_a(t)$および報告値 $O(t)$とその７日間移動平均との差の時系列

曜日効果 $D_a(t)$と、$O(t)$とその７日間移動平均との差は似た変化傾向を示したが、陽性（図４）の場合に比べて一致度は良くなかった。この理由として、陽性は新規陽性者数であるのに対して入院は入院治療中等の者であること、また、正規分布の振幅に対する曜日効果の振幅が陽性より入院のほうが相対的に小さいこと（図１，図６）などが影響していると考えられた。

3.3.4　入院の差分について

図 10 に $G_a(t)$の差分および報告値 $O(t)$の７日間移動平均の差分を示した。

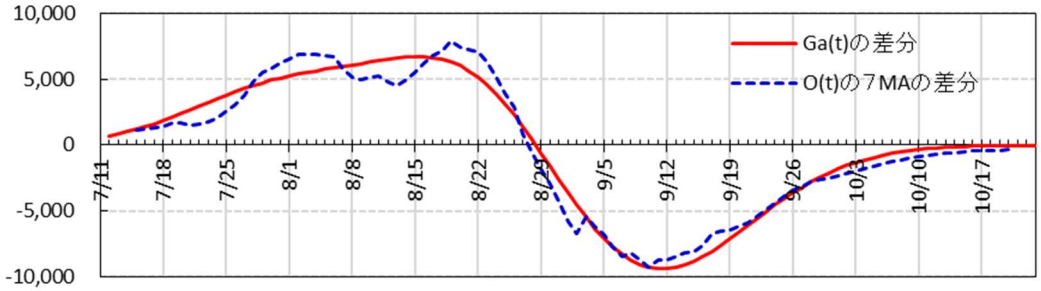

図 10　入院の $G_a(t)$の差分および報告値 $O(t)$の７日間移動平均の差分の時系列

$G_a(t)$の差分と報告値 $O(t)$の７日間移動平均の差分は似た変化傾向を示すが、前期における $G_a(t)$の差分は陽性の場合のような一時的な落ち込みが見られず、ほぼ一山型の滑らか

な変化を示した。これは、陽性の標準偏差が σ_s＝3 であるのに対し、入院の標準偏差は σ_s＝11 と大きく（表１、表３）、結果として主ピークとショルダーピークの重なり期間が陽性よりも入院のほうが長くなったためである。この理由も、先述したように陽性と入院のデータの特性の違いによると考えられた。

４．詳細モデルの評価と課題

簡易モデルにショルダーピークを追加し曜日効果を前期と後期に分けた詳細モデルは特に陽性の報告値と良く当てはまった。

ただし、詳細モデルから見えた課題がいくつかある。まず、今回用いた報告値は全国の自治体からの情報の集計値であるので、ショルダーピークはある１自治体あるいはそれ以上の自治体の一時的な感染拡大に起因している可能性がある。また、前述したように、前期における差分の一時的な落ち込みは緊急事態宣言による効果の可能性もあるが、緊急事態宣言の発出時期が自治体ごとに異なっている。さらに、前期と後期における曜日係数の変化パターンは自治体によって異なっている場合もあると考えられる。

これらの課題について、次報で検証する。

参考文献

１）物理のかぎしっぽ，新型コロナウイルスの時系列解析 (4) 第５波の統計モデル
http://hooktail.sub.jp/contributions/covid_04.pdf
２）厚生労働省
https://www.mhlw.go.jp/stf/covid-19/open-data.html
３) BellCurve　27-4. 予測値と残差
https://bellcurve.jp/statistics/course/9704.html
４）坂本慶行、石黒真木夫、北川源四郎(1982)　情報量統計学、共立出版
５）物理のかぎしっぽ、新型コロナウイルスの時系列解析 (2) 第５波の特徴
https://hooktail.sub.jp/contributions/covid_02.pdf
６）新型コロナウイルス感染症「第５波」検証等結果報告書
http://www.nga.gr.jp/ikkrwebBrowse/material/files/group/2/20211121_siryou1-2_houkoku.pdf